

一种最小长度约束的 EMD 包络拟合方法

朱伟芳,赵鹤鸣,陈小平

(苏州大学电子信息学院,江苏苏州 215006)

摘要: 经典经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)采用三次样条插值方法进行包络拟和,存在较严重的“过冲”现象。在研究该问题已有方法基础上,提出了一种基于最小长度约束的包络拟合方法,以包络曲线长度最小为目标函数,采用 Lagrange 求极小值法优化极值点处的导数值,然后采用分段三次 Hermite 函数插值方法进行包络拟合,得到平滑包络线。实验表明该方法能有效地克服三次样条插值法的“过冲”现象和分段抛物线插值法的人为弯折现象,能拟合出更平滑的包络线,使得 EMD 分解更准确,有效改善模态混淆问题。

关键词: 经验模态分解; 包络拟合; 最优化方法; 模态混淆

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012)09-1909-04

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.034

A Least-Length Constrained Envelope Approach for EMD

ZHU Wei-fang, ZHAO He-ming, CHEN Xiao-ping

(School of Electronics and Information Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China)

Abstract: In classic EMD, the envelopes fitted by cubic spline interpolation may often occur overshoots. In this paper, a new envelope fitting method based on the least-length constrained interpolation is proposed. Taking the length of the fitted envelope as the target function, Lagrange optimization method is used to optimize the derivatives of the interpolation nodes. With the optimized derivatives, piecewise Hermite interpolation method is used to fit the more smooth envelopes. The result of experiments proves that the new method can solve the overshoots caused by cubic spline interpolation and the artificial bends caused by piecewise parabola interpolation effectively and let the results of EMD more accurate. This method can overcome mode mixing well, which is one of the major drawbacks of the original EMD.

Key words: empirical mode decomposition; envelope fitting; optimization method; mode mixing

1 引言

EMD 是一种新的、自适应信号分解方法,适用于分析非线性、非平稳信号^[1]。该方法通过“筛选(sifting)”,将复杂信号分解成若干个被称之为内蕴模式函数(Intrinsic Mode Function, IMF)的简单分量。EMD 方法得到广泛的应用^[2~5],但也存在很多待完善之处^[6]。包络拟和是 EMD 分解“筛选”过程的一个重要步骤。经典 EMD 采用三次样条插值(Cubic Spline Interpolation, CSI)方法根据信号的极值点序列拟合包络线。实验表明,CSI 方法拟合的包络线经常会出现“过冲”现象。因此,包络拟合方法还需要进一步的研究与改进。

目前,已经提出了多种包络拟合改进方法,包括 B 样条插值法^[6]、分段抛物线插值(Piecewise Parabola Interpolation, PPI)方法^[7]、分段幂函数插值法^[8]等等。这些方法对包络拟合以及 EMD 分解都有一定的改进,但又存

在各自的问题。B 样条插值法是为了便于对 EMD 分解进行理论分析而引入的一种替代方法,拟合特性并没有明显提高。分段抛物线法能较好地克服“过冲”现象,但分段包络线在连接处形成人为弯折,不够平滑。分段幂函数插值法的实验说明幂指数 $\beta = 2.5$ 时,包络线同时具备较好的光滑性和伸缩性。

本文针对 EMD 的包络拟合问题,从分段三次 Hermite 插值(Piecewise Cubic Hermite Interpolation, PCHI)方法的优化着手,提出了一种基于最小长度约束的包络拟合方法,通过仿真和实际信号的分析,验证了该方法能有效地克服“过冲”现象和人为弯折现象,能有效改善 EMD 分解的模态混淆问题。

2 问题的描述

CSI 方法采用分段多项式作为插值函数,要求插值点处的一阶、二阶导数存在,以保持曲线光滑。但是,CSI

由于不够灵活,在插值点数据发生较大跳变时,会出现较严重的“过冲”现象.另外,CSI方法是整体曲线的插值,插值点中的一个数据发生变化会引起整体曲线的变化.

PCHI方法具有保持曲线的单调性和形状的特点,计算复杂度低于CSI方法,是一种有效的局部插值方法,适用于提取信号的局部信息.PCHI函数是插值点处一阶导数的函数簇,导数不同,插值函数不同.可以认为合理的插值曲线应该是光滑曲线簇中长度最小的曲线.如何优化插值点处的导数值,使得插值曲线成为长度最小的平滑曲线,是本文方法的出发点与理论依据,也是一个最优化问题.

3 基于最小长度约束的 EMD 包络拟合

最小长度约束的包络拟合方法的基本思路为:首先任意设置极值点处的导数初值,根据这些导数值计算PCHI曲线的长度;再根据Lagrange求极小值法优化这些导数值,将导数优化值代入插值函数,即可得到长度最小的平滑包络线.

下面以上包络线为例,给出最小长度约束的包络拟合方法.

设某次筛选过程中,得到信号的 m 个极大值点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 假设极大值点处的导数值为 $y'_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 利用PCHI方法得

$$H_i(x) = s_i(x)y_i + s_{i+1}(x)y_{i+1} + t_i(x)y'_i + t_{i+1}(x)y'_{i+1} \quad (1)$$

其中, $x_i \leq x \leq x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, m - 1, s_i(x) = [1 + 2(x - x_i)/(x_{i+1} - x_i)](x - x_{i+1})^2/(x_i - x_{i+1})^2, t_i(x) = (x - x_i)(x - x_{i+1})^2/(x_{i+1} - x_i)^2, t_{i+1}(x) = (x - x_{i+1})(x - x_i)^2/(x_{i+1} - x_i)^2.$

拟合得到的上包络曲线可以表示为

$$E_{up}(x) = \sum_{i=1}^{m-1} H_i(x) \quad (2)$$

显然 $H_i(x)$ 的一阶导数 $H'_i(x)$ 也是 y'_i, y'_{i+1} 的函数, 即 $H'_i(x) = H'_i(x, y'_i, y'_{i+1}).$

所以,曲线在相邻两个极大值点 x_i, x_{i+1} 之间的长度为

$$L_i(y'_i, y'_{i+1}) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{1 + [H'_i(x, y'_i, y'_{i+1})]^2} dx \quad (3)$$

上包络曲线的总长度为

$$L = \sum_{i=1}^{m-1} L_i = L(y'_1, y'_2, \dots, y'_m) \quad (4)$$

当

$$\frac{\partial L}{\partial y'_i} = 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

时,上包络曲线的总长度最小.方程组(5)是一个非线性方程组,设置零初值,采用非线性最小二乘法求得数值解,得到一组优化的可行解 $y'_{opt,i}, i = 1, 2, \dots, m.$ 将这组解代入式(1)、式(2),即可得到长度最小的平滑上包络曲线 $E_{opt,up}(x).$

同理可以拟合出长度最小的平滑下包络曲线 $E_{opt,low}(x).$

4 实验分析

4.1 确定性信号

为了验证本文方法的有效性,先采用了以下确定性的仿真信号进行实验分析:

$$s(t) = \cos(2\pi t) + 2.0\cos(4\pi t) + 1.2\sin(10\pi t), t \in [0, 1] \quad (6)$$

原始波形如图1中的粗实线所示.由图1可见,CSI方法拟合得到的包络线在A、B、C、D处存在明显的“过冲”现象;而PPI法拟合得到的包络线在B、C处以及第一个极小值点和最后一个极小值点附近存在明显的不自然弯折;本文方法拟合得到的上、下包络线比较平滑,且较好地克服了“过冲”现象.

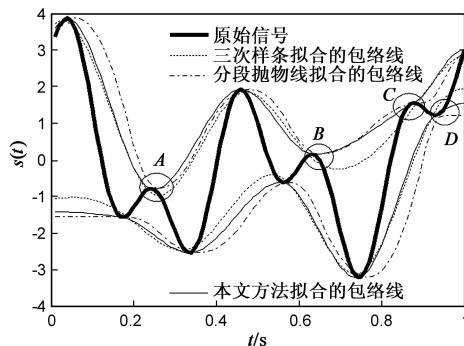


图1 三种不同插值方法拟合的包络线比较

为了结果的可比性,在比较多种EMD的端点处理方法后^[9,10],采用了效果较好的镜像延拓法^[11];采用文献[1]定义的停止条件, $SD = 0.05.$ 图2中 $c_i(t) (i = 1, 2)$ 表示EMD分解得到的第 i 个IMF, $res.$ 表示剩余项.由图可见,图2(c)的本文方法与图2(a)的CSI方法的结果更接近原始信号的对应组成分量.图2(b)所示的PPI方法分解得到的 $c_2(t)$ 在 $t = 0.1 \sim 0.5s$ 之间出现较明显的波形失真,这主要是由PPI方法拟合得到包络存在不自然弯曲所造成的.同时,这三种方法仍存在端点问题.

采用式(7)的正交性(Index of Orthogonality, IO)^[1]指标和式(8)的能量保存度(Index of Energy Conservation, IEC)^[6]指标,来比较三种分解的性能.

$$IO = \sum_i \sum_{j=1, i \neq j}^{M+1} c_i(t)c_j(t) / \sum_i s^2(t) \quad (7)$$

$$IEC = \sum_i \sum_{i=1}^M c_i^2(t) / \sum_i [s(t) - r_M(t)]^2 \quad (8)$$

其中, $s(t)$ 表示信号, $c_i(t)$ 表示 EMD 分解得到的第 i 个 IMF, $r_M(t)$ 表示剩余项. 式(7)中将剩余项 $r_M(t)$ 作为第 $M+1$ 个 IMF 来处理. IO 指标越接近于 0, 说明 EMD 分解得到的各个内蕴模式函数之间越接近于正交. IEC 指标表征了除去剩余项外, 信号在 EMD 分解前后能量的

一个对比度, IEC 指标越接近于 1, 说明 EMD 分解越接近无损. 由表 1 可见, 不论是 IO 指标, 还是 IEC 指标, 本文方法是三种方法中最好的.

表 1 三种插值方法对仿真信号进行 EMD 分解的 IO 与 IEC 指标比较

	CSI 方法	PPI 方法	本文方法
IO	0.09951	0.06956	0.04587
IEC	0.85849	0.87437	0.93475

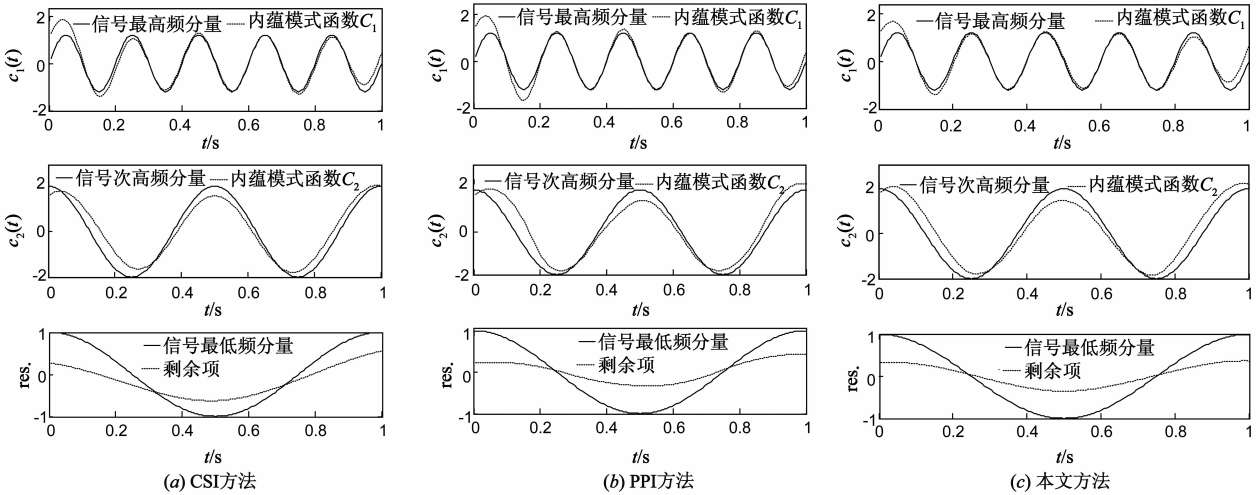


图 2 采用不同包络拟合方法对确定信号进行 EMD 分解的结果

4.2 实际信号

心电图 (Electrocardiogram, ECG) 信号是一种微弱的生物电信号, 是一种典型的非平稳随机信号. 图 3 中最上面的信号 $s(t)$ 为一段 ECG 信号, 来源于 MIT-BIH Arrhythmia Database^[12], 伴有高频噪声干扰和电平整体偏置.

从图 3 中可以看出, 三种方法得到的 $c_1(t)$ 均主要为高频噪声, 剩余项主要为整体偏置电平. 由图 3(a) 可见, CSI 方法分解得到的 $c_2(t)$ 主要为高频噪声, 但在 $t = 0.25 \sim 0.35s$ 间包含心电信号的高频分量, 两者未能实现较好分离, 说明存在第一种形式的模态混淆问题——不同频率分量被分解在同一 IMF 中^[13]. 由图 3(b) 可见, PPI 方法分解得到的 $c_2(t)$ 、 $c_3(t)$ 也出现了信号与高频噪声并存现象, 说明存在第一种形式的模态混淆

问题; $c_4(t)$ 、 $c_5(t)$ 、 $c_6(t)$ 在 $t = 0.35 \sim 0.45s$ 和 $t = 0.9 \sim 1.0s$ 间波形相似, 说明存在第二种形式的模态混淆问题——同一频率分量被分解到了不同的 IMF 分量中^[13]. 而由图 3(c) 可见, 本文方法分解得到的 $c_2(t)$ 主要包含了心电信号信息, 同时也伴随一些高频噪声, 但是噪声幅度较小, 可以忽略不计, 说明模态混淆问题不严重.

由表 2 可见, 不论是 IO 指标, 还是 IEC 指标, 本文方法仍是三种方法中最好的.

表 2 三种插值方法对 ECG 信号进行 EMD 分解的 IO 与 IEC 指标比较

	CSI 方法	PPI 方法	本文方法
IO	0.09130	0.15558	0.06269
IEC	0.82717	0.60084	0.91403

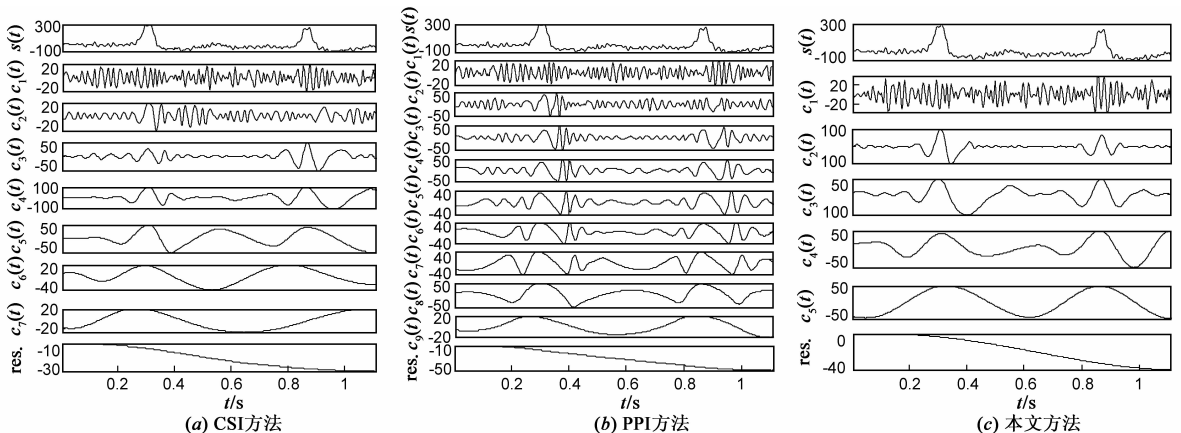


图 3 采用不同包络拟合方法对 ECG 信号进行 EMD 分解的结果

5 结论

本文在对插值方法研究基础上,提出了一种基于最小长度约束的 EMD 包络拟合方法,对分段三次 Hermite 插值法插值点处的导数值进行优化,拟合得到长度最小的平滑包络曲线. 仿真信号和实际信号的分析结果表明,该方法能有效地克服 CSI 方法的“过冲”现象以及 PPI 方法的人为弯折现象,进而使得 EMD 分解结果更准确,有效改善模态混淆问题. 但是,对于较长的复杂数据,由于极值点数较多,对应较高元数的非线性方程组求解需要较长时间,会导致 EMD 分解所需时间较长. 如何提高最小长度约束包络拟合方法的效率是后续工作的一个重点.

参考文献

- [1] N E Huang et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceeding of Royal Society of London Series A, 1998, 454: 903 – 995.
- [2] 陈东方,等. 采用 EMD 方法消除瞬态散射回波中的高斯噪声干扰[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 496 – 498.
CHEN Dong-fang, et al. Recovery of signal from transient scattered response contaminated by Gaussian white noise based on EMD method[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(3): 496 – 498. (in Chinese)
- [3] N Bi, et al. Robust image watermarking based on multiband wavelets and empirical mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 1956 – 1966.
- [4] B V Manuel, et al. ECG signal denoising and baseline wander correction based on the empirical mode decomposition [J]. Computers in Biology and Medicine, 2008, 38(1): 1 – 13.
- [5] 王军栋,等. 基于 EMD-SVM 的江水浊度预测方法研究[J]. 电子学报, 2009, 37(10): 2130 – 2133.
WANG Jun-dong, et al. Prediction of river water turbidity based on EMD-SVM[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(10): 2130 – 2133. (in Chinese)
- [6] Chen Qiu Hui et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions[J]. Advances in Computational Mathematics, 2006, 24: 171 – 195.
- [7] Xu Zheng Guang, et al. An alternative envelope approach for empirical mode decomposition [J]. Digital Signal Processing, 2010, 20: 77 – 84.

- [8] S R Qin, et al. A new envelope algorithm of Hilbert-Huang transform [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20: 1941 – 1952.
- [9] 邵晨曦,等. 一种自适应的 EMD 端点延拓方法[J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1944 – 1948.
SHAO Chen-xi, et al. A self-adaptive method dealing with the end issue of EMD[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1944 – 1948. (in Chinese)
- [10] 胡维平,等. 经验模态分解中多种边界处理方法的比较研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(6): 1394 – 1398.
Hu Wei-ping, et al. Methods for mitigation of end effect in empirical mode decomposition: A quantitative comparison[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(6): 1394 – 1398. (in Chinese)
- [11] Zhao Jin Ping, et al. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method[J]. Journal of Zhejiang University, 2001, 2(3): 247 – 252.
- [12] G B Moody, et al. PhysioNet: A web-based resource for the study of physiologic signals[J]. Engineering in Medicine and Biology Magazine, 2001, 20(3): 70 – 75.
- [13] ZHAOHUA WU, et al. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1): 1 – 41.

作者简介



朱伟芳 女, 1977 年 10 月出生于浙江省湖州市. 讲师、博士研究生, 主要研究领域为自适应信号分析方法、生物医学信号处理.

E-mail: wfzhu@suda.edu.cn



赵鹤鸣 男, 1957 年 8 月出生于江苏省无锡市. 教授、博士生导师, 苏州大学电子信息学院院长, 主要研究领域为语音信号处理、神经网络理论与应用.